

## Результати зовнішнього оцінювання з математики 2006 року

Дворецька Л.П.

Для проходження зовнішнього оцінювання з математики 2006 року зареєструвалося 17429 випускників середніх загальноосвітніх шкіл, ліцеїв та гімназій із 27 регіонів України. Взяло участь 16196 учнів. Розподіл учасників тестування за регіонами подано у табл. 1.

Таблиця 1

Назва регіону	Зареєстровано	Отримали результати
АВТОНОМНА РЕСПУБЛІКА КРИМ	548	531
ВІННИЦЬКА	720	692
ВОЛИНСЬКА	469	458
ДНІПРОПЕТРОВСЬКА	2002	1821
ДОНЕЦЬКА	1546	1486
ЖИТОМИРСЬКА	296	285
ЗАКАРПАТСЬКА	563	494
ЗАПОРІЗЬКА	487	365
ІВАНО-ФРАНКІВСЬКА	350	336
КИЇВСЬКА	539	491
КІРОВОГРАДСЬКА	269	241
ЛУГАНСЬКА	466	453
ЛЬВІВСЬКА	1019	974
МИКОЛАЇВСЬКА	329	314
ОДЕСЬКА	838	800
ПОЛТАВСЬКА	729	709
РІВНЕНСЬКА	515	468
СУМСЬКА	299	283
ТЕРНОПІЛЬСЬКА	188	186
ХАРКІВСЬКА	1164	1103
ХЕРСОНСЬКА	442	373
ХМЕЛЬНИЦЬКА	583	573
ЧЕРКАСЬКА	386	366
ЧЕРНІВЕЦЬКА	236	227
ЧЕРНІГІВСЬКА	1414	1305
М.КИЇВ	850	684
М.СЕВАСТОПОЛЬ	182	178
<b>Усього</b>	<b>17429</b>	<b>16196</b>

### 1. Структурна та змістова характеристика тесту

Тестування з математики мало на меті:

1. Перевірити відповідність знань, умінь і навичок учнів програмовим вимогам.
2. Оцінити рівень навчальних досягнень учнів.
3. Оцінити ступінь підготовленості випускників загальноосвітніх навчальних закладів до подальшого навчання у вищих навчальних закладах.

Зовнішнє оцінювання з математики відбулося у письмовій формі і тривало 2 години 15 хвилин (135 хвилин). Кожна особа, яка проходила тестування, отримала індивідуальний екзаменаційний зошит „Математика”, а також два бланка відповідей до тесту. Бланк А –

для відповідей на завдання Частини 1 та Частини 2 тестового зошита і бланк Б – для відповідей на завдання Частини 3. Зошит містив три частини (Частина 1, Частина 2 і Частина 3), які відрізнялися формою тестових завдань. Відповідно до специфікації тесту він складався із 38 завдань, із них 30 – з алгебри і початків аналізу, 8 – з геометрії. Розподіл завдань тесту відповідно до програмових вимог наведено у таблиці 2. У кожній частині зошита з математики вказано кількість завдань з відповідного розділу програмових вимог зовнішнього оцінювання з математики.

Таблиця 2

Навчальний предмет	Зміст	Кількість завдань			
		Частина 1	Частина 2	Частина 3	%
Алгебра і початки аналізу	Числа і вирази	6	3	1*	25
	Рівняння і нерівності	4	6		27
	Функції	5	4		25
	Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики	1	–	–	3
Геометрія	Планіметрія	2	1	1**	9
	Стереометрія	2	2		11

1\* – завдання з алгебри і початків аналізу

1\*\* – завдання з геометрії

Екзаменаційний тестовий зошит містив тестові завдання різної форми, а саме: завдання з вибором однієї правильної відповіді, завдання відкритої форми з короткою відповіддю та завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю.

У Частині 1 зошита з математики запропоновано завдання з вибором однієї правильної відповіді. Для кожного тестового завдання з вибором відповіді подано п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна. Усі завдання Частини 2 – це завдання з короткою відповіддю. Правильність розв'язання завдань Частини 1 та 2 перевірялася способом комп'ютерної обробки заповнених учнями бланків відповідей А. Завдання Частини 3 – це відкриті завдання з розгорнутою відповіддю, розв'язання яких учасники тестування записували на бланку Б. Розв'язання завдань з розгорнутою відповіддю оцінювали екзаменатори з математики трьох регіональних центрів, а саме: Київського, Львівського та Харківського, згідно з розробленими та затвердженими критеріями та схемами оцінювання.

Максимальна кількість балів, яку можна було набрати, правильно розв'язавши всі завдання зошита з математики, – 62. За кожне правильно виконане завдання Частини 1

учень одержував 1 бал, Частини 2 – 2 бали. За правильно виконане завдання з геометрії Частини 3 учень отримував 4 бали, з алгебри й початків аналізу – 6 балів.

Максимальна кількість балів, яку можна було набрати, правильно розв'язавши всі завдання зошита з алгебри і початків аналізу, – 48.

Тестові завдання укладено відповідно до чинних нормативних документів – навчальної програми для середніх загальноосвітніх навчальних закладів і програми вступних випробувань до вищих навчальних закладів України та відповідно до програмових вимог зовнішнього оцінювання з математики.

Результати тестування учні одержали такі:

- 1 з математики за шкалою оцінювання 100 – 200 балів та за 12-бальною шкалою оцінювання навчальних досягнень;
- 2 з алгебри і початків аналізу за 12-бальною шкалою оцінювання навчальних досягнень.

У сертифікаті результати зовнішнього сертифікаційного оцінювання з математики інтерпретовано для ВНЗ (математика) і для загальноосвітніх навчальних закладів (державна підсумкова атестація з алгебри і початків аналізу).

## 2. Аналіз тесту як інструменту вимірювання

Аналіз результатів було здійснено за допомогою спеціального програмного забезпечення.

*Об'єктивність вимірювання* забезпечено процедурами зовнішнього оцінювання.

Узагальнені статистичні показники тесту з математики та субтесту з алгебри і початків аналізу наведено в таблиці 3 та на діаграмах 1 і 2.

Таблиця 3

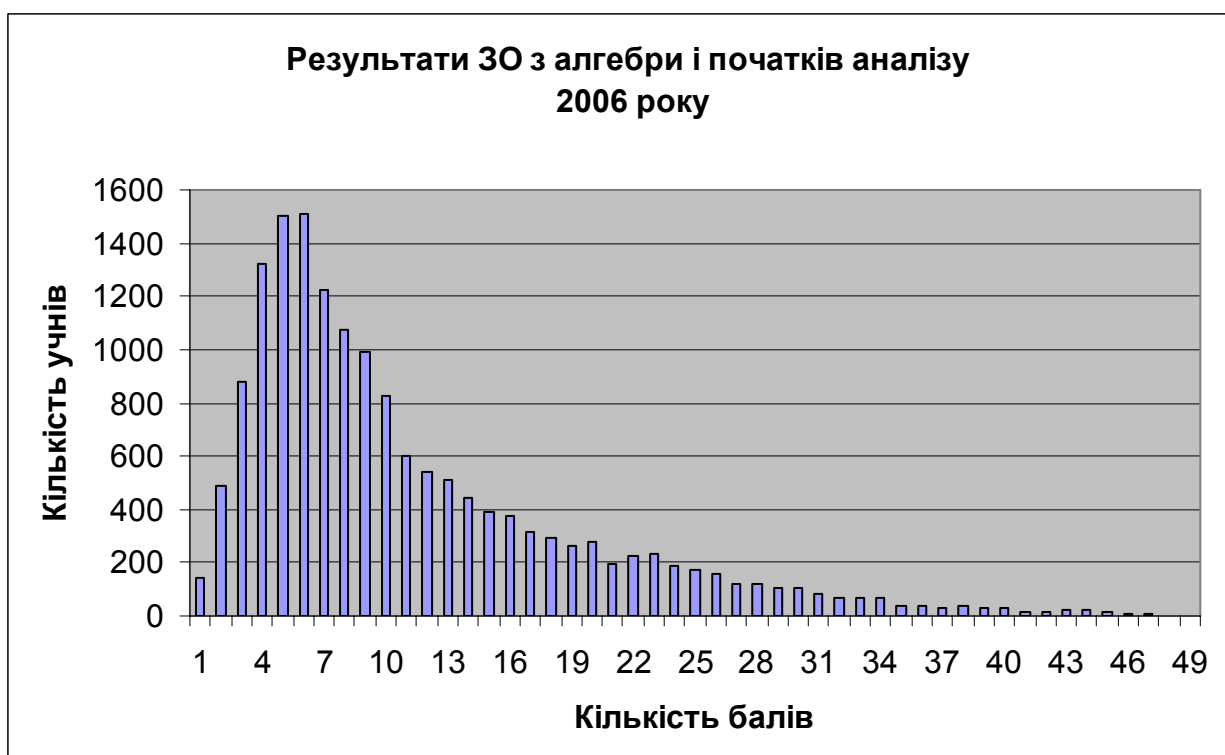
### Характеристики розподілу результатів тестування

Елементи описової статистики	Кількісні показники субтесту з алгебри і початків аналізу.	Кількісні показники тесту з математики
Розмір вибірки	16196	16196
Середнє	10,17	13,17
Стандартна помилка	0,06	0,07
Медіана	7	10
Мода	5	6
Стандартне відхилення	8,24	9,75
Дисперсія	67,9	95,1
Ексцес	2,03	2,55
Асиметрія	1,4	1,5
Максимально можливий бал	48	62
Максимально набраний бал	48	61
Мінімум	0	0

Діаграма 1



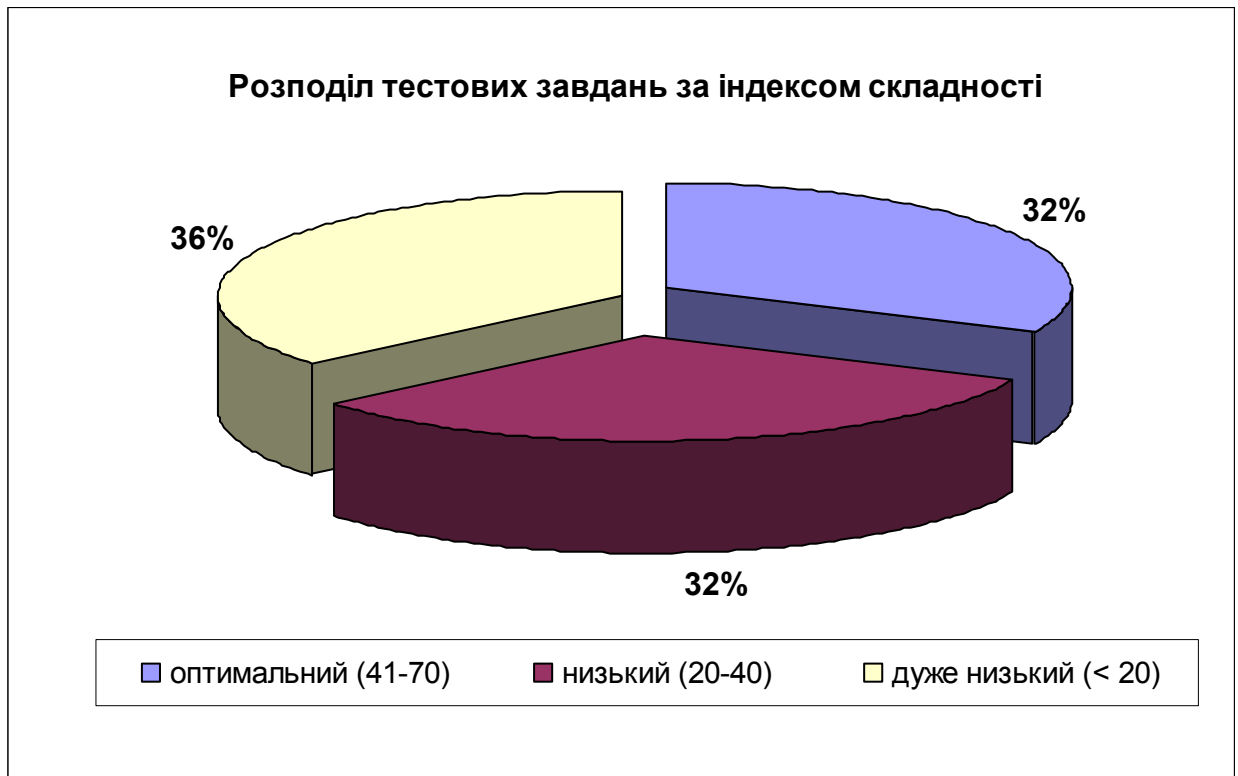
Діаграма 2



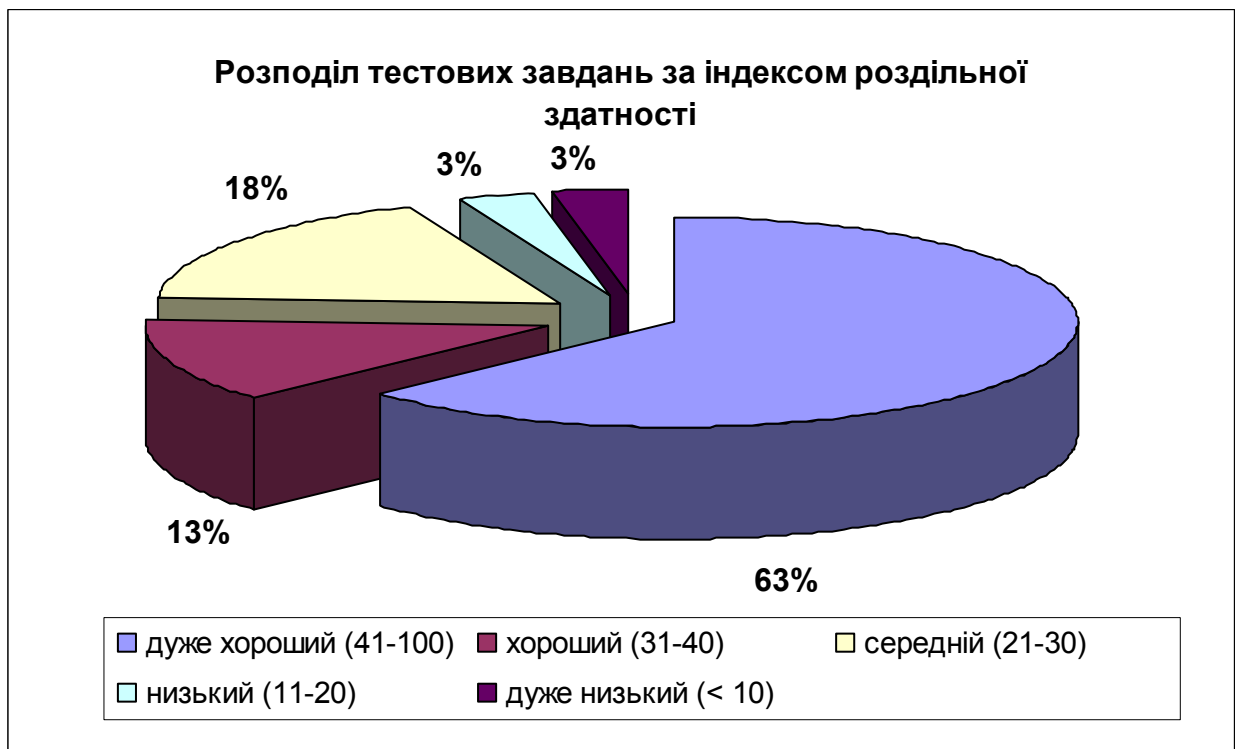
Аналіз діаграм засвідчує, що нормативно зорієнтований тест був важкий для цієї вибірки випускників, але виявив тих учасників, що мають хорошу математичну підготовку і які зможуть успішно навчатися у вищих навчальних закладах.

Якість тестових завдань з математики за індексом складності та за роздільною здатністю подано у таблиці 4 та на діаграмах 3 та 4.

Діаграма 3



Діаграма 4



Таблиця 4

Номер завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Складність у %	46	44	56	46	41	17	54	42	26	41	14	37	17	28	45	31
Роздільна здатність у%	51	49	29	44	43	41	45	43	23	35	25	46	27	31	39	32

Продовження таблиці 4

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
63	47	24	31	25	21	9	14	5	26	26	13	31	13	1	31	3	7	46	12	2	3
31	25	46	21	44	51	43	57	49	63	52	58	44	51	13	6	45	46	23	44	44	53

Надійність результатів тестування, яка використовується для характеристики точності вимірювання, обчислено за узагальненою формулою Кронбаха (коефіцієнт  $\alpha$ ). Отримані статистичні дані показали, що коефіцієнт надійності (коефіцієнт  $\alpha$ ) результатів тестування з математики зовнішнього сертифікаційного оцінювання 2006 року – 0,88, субтесту з алгебри і початків аналізу – 0,87 (див.табл.5).

Таблиця 5

Тест	Коефіцієнт надійності результатів тестування
Математика	0,88
Алгебра і початки аналізу	0,87

У сучасній тестології таке значення коефіцієнта  $\alpha$  характеризує надійність результатів тестування як “дуже хорошу”. Надійність результатів тестування відображає ступінь стійкості результатів тестування кожного учасника тестування.

Змістова валідність тесту як інструменту вимірювання підтверджена повнотою відображення в тестових завданнях змісту навчальної програми, теоретичних моделей курсу математики, її структурних пропорцій і основних компонентів та встановленою відповідністю тестів обсягові вивченого навчального матеріалу. Затверджена експертною комісією специфікація тесту слугує гарантом змістової валідності тесту. Закладена надлишковість тесту давала можливість учням з різним рівнем навченості розкрити свій потенціал, розв’язавши завдання різних змістових ліній курсу математики з урахуванням відповідної складності завдань.

Таким чином, запропонований на зовнішнє сертифікаційне оцінювання 2006 року тест з математики є валідним і надійним. Отриманий розподіл завдань за їхніми індексами складності та роздільної здатності дозволяє зробити висновок, що тест виконав не тільки нормативно зорієнтовану (розподілив учасників оцінювання за рівнем їх підготовленості з предмета й відібрав кращих серед даної вибірки), а й критеріально зорієнтовану функції (оцінив відповідність підготовленості учасників тестування програмовим вимогам). Отримані емпіричні результати оцінювання слід вважати об’єктивними й такими, які можуть конвертуватися у дванадцятибальну та рейтингову системи оцінювання.

### 3. Інтерпретація й аналіз результатів

Розподіл результатів зовнішнього оцінювання з математики за рівнями навчальних досягнень та за 12 – бальною шкалою оцінювання подано відповідно на діаграмах 5 і 6.

Діаграма 5



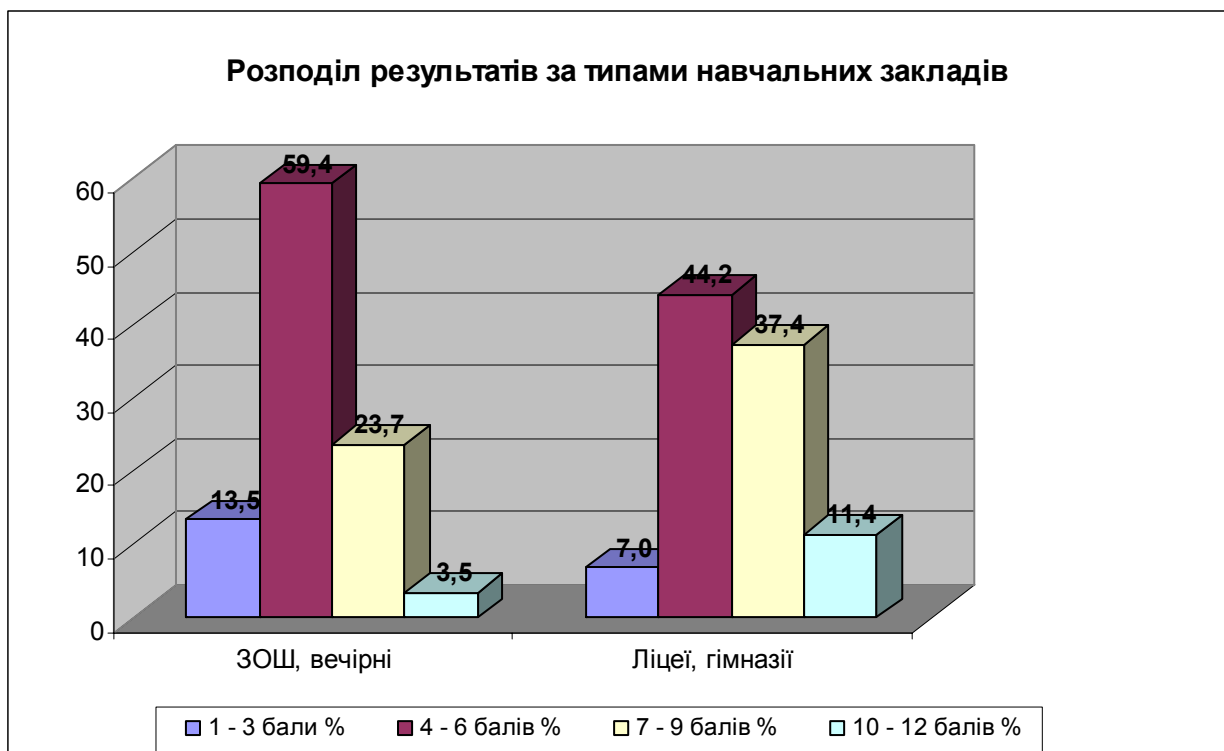
Діаграма 6



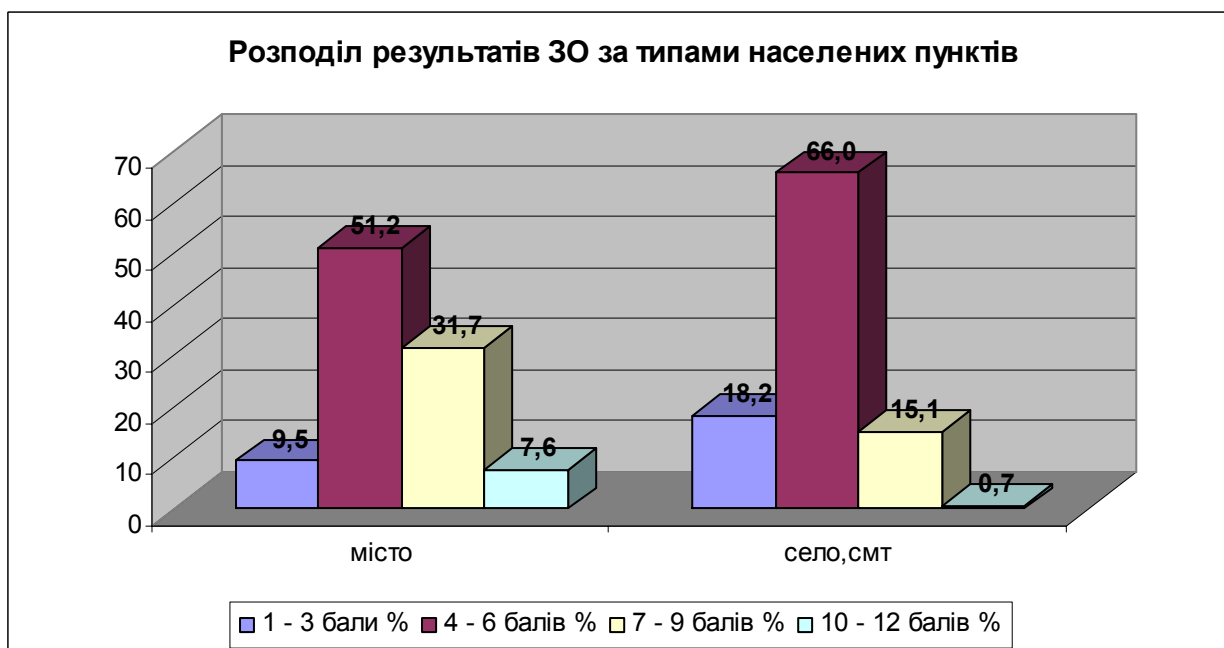
Наведені дані вказують на істотні відмінності в рівні математичної підготовки учнів, що взяли участь у сертифікаційному тестуванні. Так 32 учасника тестування не змогли правильно розв'язати жодного завдання і, відповідно, набрали 0 балів. Більше половини учнів засвоїли матеріал на середньому рівні навчальних досягнень. Зауважимо, що на високому рівні навчальних досягнень оцінку 12 балів одержало лише 60 учнів.

На діаграмах 7 і 8 відповідно представлено розподіл результатів тестування з математики за типами навчальних закладів та за типами населених пунктів.

Діаграма 7



Діаграма 8





Проаналізуємо докладніше результати виконання завдань з алгебри і початків аналізу та геометрії.

### 3.1 Алгебра і початки аналізу

Тестовий зошит з математики містив 30 завдань з алгебри і початків аналізу. Розподіл результатів тестування з алгебри і початків аналізу за 12-бальною шкалою оцінювання та за рівнями навчальних досягнень учнів подано на діаграмах 9 і 10.

Діаграма 9



Діаграма 10



Майже 1% учнів не змогли набрати навіть 1 балу із 48 можливих за тест з алгебри і початків аналізу. 97 учнів одержали найвищий результат – 12 балів на високому рівні навчальних досягнень. 18% учнів одержали оцінку 6 балів (це найпопулярніший результат

тестування з алгебри і початків аналізу), а 17% – 5 балів за 12-бальною шкалою оцінювання.

Більшість із 16 завдань з алгебри і початків аналізу в Частині 1 зошита з математики розв'язало від 41% до 50% учнів. Це завдання, що потребували від учнів стандартного застосування програмового матеріалу за відомими алгоритмами і зразками, розв'язання яких в учасників тестування не викликали значних труднощів.

Найскладнішими серед завдань Частини 1 виявились такі ( розглядаємо тестові завдання Варіанту 1):

- у розділі “Числа і вирази” – завдання №6 (задача на відсотки із індексом складності 17%);
- у розділі “Рівняння і нерівності” – завдання №13 (логарифмічна нерівність із індексом складності 17%);
- у розділі “Функції” – завдання №11 на знання геометричного змісту похідної (індекс складності 14%).

Відмітимо, що у порівнянні із попередніми сесіями тестувань учнів (2003 – 2005 р.р.) результати розв'язання завдання з розділу “Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики” є найкращими. Його виконали без помилок 31% учнів.

Аналізуючи результати розв'язання учнями 13 завдань з алгебри і початків аналізу в Частині 2 зошита з математики, відмітимо, що за специфікацією тесту близько 50% завдань тесту – завдання на застосування програмового матеріалу в змінених і ускладнених ситуаціях. Це переважно завдання Частини 2. Учні повинні вміти використовувати набуті знання і вміння в нових або незнайомих для них ситуаціях. Успішне розв'язання цих завдань дає змогу зробити висновок про достатній та високий рівень навчальних досягнень учнів і точніше диференціювати їхній рівень навчальних досягнень.

Ці завдання виявились досить важкими для більшості учасників тестування. Їх індекс складності знаходиться у межах 1% – 31%.

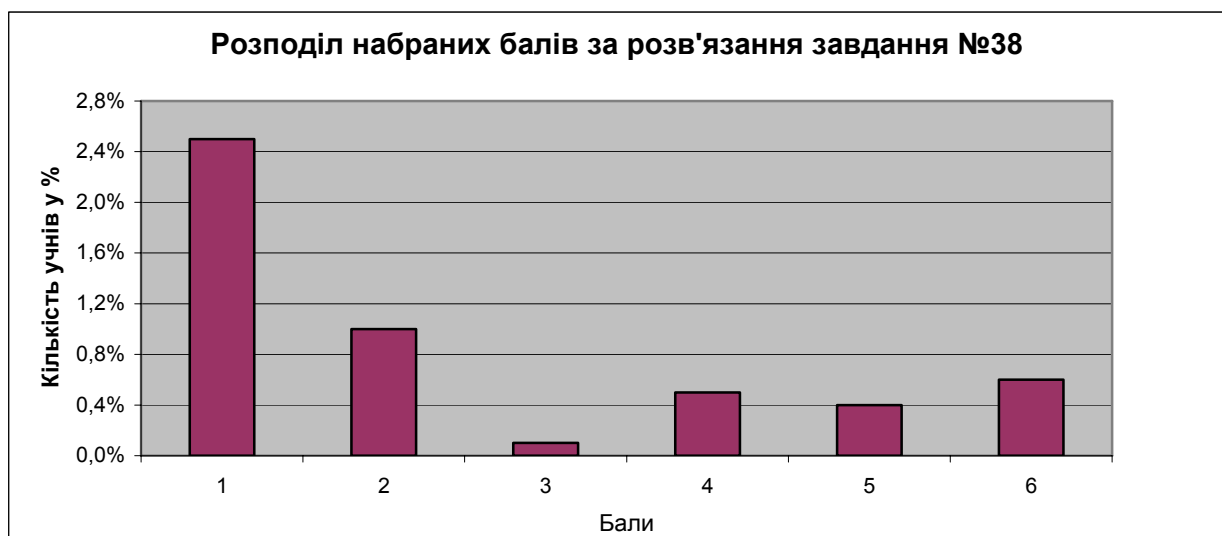
Найскладнішими серед завдань Частини 2 виявились такі (розглядаємо тестові завдання Варіанту 1):

- у розділі “Числа і вирази” – завдання №25 на обчислення значення тригонометричного виразу (індекс складності 5%);
- у розділі “Рівняння і нерівності” – завдання №33 на використання властивостей функцій при розв'язуванні системи рівнянь (індекс складності 3%) та завдання №31 (система рівнянь із параметром із індексом складності 1%);
- у розділі “Функції” – завдання №30 на обчислення площі фігури за допомогою інтегралу (індекс складності 13%).

Результати учнів, які одержали відповідно 1 – 6 балів за розв'язання завдання № 38 у Частині 3 зошита з математики, представлені на діаграмі 11. Це завдання намагались розв'язати не всі учасники тестування. Як свідчить статистичний аналіз, лише 1%

найкраще підготовлених учнів розв'язали його правильно, а 93% учнів або не приступали до розв'язання цього завдання, або розв'язали його неправильно.

Діаграма 11



Проаналізуємо результати тестування з алгебри і початків аналізу за розділами докладніше.

### Числа і вирази

Відповідно до специфікації до Частини 1 тесту включено шість тестових завдань (на перетворення та обчислення значень виразів та текстову задачу на відсотки). У Частині 2 три тестових завдання (на обчислення значення логарифмічного, ірраціонального та тригонометричного виразів).

Учасники тестування без особливих труднощів упорались із розв'язанням завдань Частини 1 цього розділу. Хороші показники розв'язування задач цього розділу (без урахування результатів розв'язання задачі на відсотки) у групі сильних учнів<sup>1</sup>, а саме: 78-90%, та й у групі слабких – 12-32%.

Найскладнішою в цій групі тестових завдань виявилась текстова задача на відсотки.

**6.** Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж саму суму грошей?

<b>А</b> $\frac{1}{5}$ %	<b>Б</b> $\frac{1}{4}$ %	<b>В</b> 10%	<b>Г</b> 20%	<b>Д</b> 25%
--------------------------	--------------------------	--------------	--------------	--------------

Це завдання правильно розв'язали 45% сильних і лише 5% слабких учнів. Аналіз вибору дистракторів у цьому завданні свідчить про привабливість дистрактора Г. Його обрали 37% у групі сильних та 45% у групі слабких учнів. Цей вибір свідчить про поверхневі знання учнів з теми “Відсотки” та відповідає найпоширенішому оманливому

<sup>1</sup> Кожен рік за результатами ЗО виокремлюють 25% учнів, які одержали найкращі результати, – група сильних учнів, та 25% учнів, які одержали найнижчі результати, – група слабких учнів.

сприйманню описаної в умові задачі ситуації. Вражає і факт вибору дистракторів А (19%) та Б (10%) у групі сильних учнів.

Такі результати розв'язування задач на “Відсотки”, як свідчить досвід проведених декількох сесій тестувань, виявляють проблеми у вивченні цієї теми в шкільному курсі математики. На її опанування заплановано невелику кількість годин у курсі математики в 6-х та 9-х класах та на повторення вивченого матеріалу в 11-му класі, у той час як на вступних випробуваннях з математики у ВНЗ ця тема представлена. Зауважимо, що саме такі задачі практичного змісту дають можливість перевірити рівень оволодіння учнями математичними знаннями, потрібними у повсякденному житті.

Показники розв'язування завдань Частини 2 цього розділу у групі сильних учнів – 22-50%, у групі слабких – 2-5%. Найкраще учні впорались із завданням на обчислення значення логарифмічного виразу. Складнішим виявилось завдання на обчислення значення ірраціонального виразу. А саме: лише 30% у групі сильних учнів розв'язали правильно це завдання.

23. Обчисліть значення виразу  $\frac{53}{8-\sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13} + \sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13} + 2}$ .

Відповідь: \_\_\_\_\_

Складним для учнів виявилось завдання на знаходження значення тригонометричного виразу (роздільна здатність завдання – хороша).

25. Обчисліть значення виразу  $\sin 2\alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{1}{2}$ .

Відповідь запишіть **десятьковим дробом**.

Відповідь: \_\_\_\_\_

Правильно розв'язали це завдання майже 24% сильних і лише 1% слабких учнів.

“Тригонометрія” як для слабких, так і для сильних учнів традиційно є однією із найскладніших тем: дуже багато формул і недостатньо часу для їх засвоєння. Вважаємо, що на результат виконання цього завдання вплинуло те, що на вивчення тригонометрії, а саме на тему “Тригонометричні тотожності”, за програмою з математики відведено небагато навчального часу.

### **Рівняння і нерівності**

Рівняння, нерівності та їх системи були представлені у трьох частинах тесту. Це 11 завдань різного рівня складності.

У тесті представлені різні рівняння: тригонометричні, логарифмічні, ірраціональне рівняння, рівняння, що містить невідоме під знаком модуля і зводиться до лінійного, тригонометричне рівняння із параметром і три системи рівнянь з двома невідомими, одна з яких містила параметр у одному із рівнянь. У Частині 2 представлено текстову задачу, що розв'язується за допомогою складання рівняння і за специфікацією віднесена до цього розділу.

Нерівності представлені раціональною, дробово-раціональною, що містить змінну під знаком модуля та логарифмічною.

У Частині 1 такі завдання розв'язали 30-84% сильних учнів та 10-20% слабких. У Частині 2 правильно розв'язали завдання цього розділу 5-73% сильних учнів та 0,1-5% слабких учнів.

Як свідчать результати тестування, не викликали труднощів при розв'язуванні учнями завдання Частини 1 (72-84% у групі сильних, 18-20% у групі слабких учнів дали правильні відповіді), окрім запропонованої логарифмічної нерівності.

**13.** Розв'яжіть нерівність  $\log_{\frac{1}{4}} 3 \cdot \log_4 x > 0$ .

<b>А</b> $(1; +\infty)$	<b>Б</b> $(0; 4)$	<b>В</b> $(0; 1)$	<b>Г</b> $(4; +\infty)$	<b>Д</b> $(-\infty; 1)$
-------------------------	-------------------	-------------------	-------------------------	-------------------------

Лише 30% у групі сильних учнів і 10% у групі слабких упорались із цим завданням. Зауважимо, що близько 20% у групі сильних учнів обрали правильною відповідь **Д**, не звертаючи увагу на обмеження  $x > 0$ , яке ґрунтується на означенні логарифма. 29% сильних учнів обрали правильною відповідь **А**, не звертаючи увагу на властивості логарифмічної функції.

Кращими, у порівнянні із попередніми сесіями тестувань, є результати розв'язання тригонометричного рівняння у Частині 1 (завдання №8). Так у групі сильних учнів відсоток правильних відповідей зріс на 12 і склав 84% у порівнянні із 72% минулого року.

Найкращі результати показані при розв'язуванні ірраціонального рівняння (завдання №26). 73% сильних учнів дали правильну відповідь.

62% у групі сильних учнів дали правильну відповідь у завданні №21 – дробово-раціональна нерівність. Зауважимо, що за результатами розв'язування раціональних нерівностей із застосуванням методу інтервалів, можна зробити висновок, що учні добре засвоїли цю тему.

Посередньо учні упорались із розв'язуванням текстової задачі складанням рівняння (завдання №24). Лише 50% сильних учнів і 1% слабких одержали правильну відповідь.

Аналіз результатів учнів за розв'язання систем рівнянь свідчить, що найкраще вони впорались із системою показникових рівнянь (завдання №27), а саме: 65% сильних і 5% слабких одержали правильні відповіді. Дуже складною виявилась система тригонометричних рівнянь (лише 13% сильних учнів дали правильну відповідь) для розв'язання якої необхідно було використати властивості функцій.

**33.** Розв'яжіть систему рівнянь 
$$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi}{2}(2x+5)\right) = 1 + (y-1)^8, \\ 4 \sin \frac{\pi y}{2} = 4x^2 + 4x + 5. \end{cases}$$

Запишіть у відповідь **добуток**  $x_0 y_0$ , якщо пара  $(x_0; y_0)$  є розв'язком системи рівнянь.

Відповідь: \_\_\_\_\_

Враховуючи значення тригонометричної функції, представлені зліва у першому рівнянні системи, знаходимо  $y$ . Оскільки  $y = 1$ , то із другого рівняння знаходимо  $x$ , розв'язавши квадратне рівняння.  $x = -0,5$ . Отже, відповідь:  $-0,5$ .

Найгірші результати показали учні при розв'язуванні системи, що містить параметр. Це завдання №31. Його правильно розв'язав лише 1% учнів, у групі сильних – 5%.

**31.** Знайдіть **найменше** значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ (x - 7)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$  має

єдиний розв'язок.

Відповідь: \_\_\_\_\_

Легко помітити, що ця система розв'язується графічним способом. Але кола, які повинні дотикатися за умовою, можуть дотикатися внутрішньо і зовнішньо. До того ж,  $a$  – параметр, а не радіус кола. Отже,  $a$  може бути від'ємним числом. Саме на ці дві ключові позиції не звернули увагу учні. Дійсно: 8,6% учнів обрали правильною відповідь “6” ( $a$  – не параметр, а радіус кола, та ще й варіант зовнішнього дотику), 1% учнів обрали правильною відповідь “– 6” ( $a$  – параметр, але це варіант зовнішнього дотику кіл), майже 2% учнів обрали правильною відповідь “8” ( $a$  – не параметр, а радіус кола, але це варіант внутрішнього дотику кіл).

На діаграмі 11 представлені результати розв'язання рівняння з параметром із Частини 3 тестового зошита з математики.

### Функції

Завдання з розділу “Функції” перевіряли такі уміння учнів:

- знаходити область визначення та множину значень функції;
- встановлювати основні властивості функції;
- застосовувати знання про геометричні перетворення графіків функцій;
- досліджувати функції за допомогою похідної;
- використовувати геометричний зміст похідної функції;
- застосовувати формулу Ньютона - Лейбніца для обчислення визначеного інтеграла;
- застосовувати формулу суми членів арифметичної прогресії тощо.

Відповідно до специфікації до Частини 1 тесту включено п'ять тестових завдань. Їх розв'язали від 14% до 45% учасників тестування. Так завдання Частини 1 розв'язали 30 – 80% сильних учнів та 10 – 20% слабких учнів.

У Частині 2 подано чотири тестових завдання, які розв'язали від 13% до 31% учасників тестування. Правильно розв'язали ці завдання 40 – 68% сильних і 2-18% слабких учнів.

Розглянемо завдання Частини 1.

Легким для учнів виявилось завдання на застосування знань про геометричні перетворення графіків функцій (завдання №5). Такі завдання у тесті пропонуються

традиційно, тож це, можливо, вплинуло на вищу якість розв'язування подібних завдань. 80% сильних і 18% слабких учнів упорались із завданням без помилок.

Високий результат показали учні й при знаходженні області визначення функції (завдання №15). Його виконали 80% сильних та майже 20% слабких учнів.

Невисокі результати показали учні при розв'язуванні завдання на виявлення серед перелічених функцій непарної.

14. Укажіть непарну функцію.

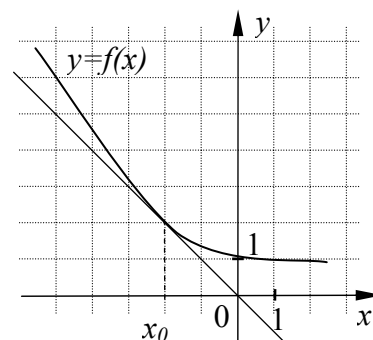
<b>А</b> $y = x^2 - 4$	<b>Б</b> $y = -x^2$	<b>В</b> $y = x^3 - 1$	<b>Г</b> $y = \sqrt{x-2}$	<b>Д</b> $y = x^3 - x$
------------------------	---------------------	------------------------	---------------------------	------------------------

28% учасників тестування розв'язали це завдання. Лише 50% сильних учнів обрали правильну відповідь. Дуже привабливим для учнів виявився дистрактор **В**. 22% сильних учнів і 38% слабких вибрали його як правильну відповідь.

Лише 26% учнів правильно розв'язали завдання на знаходження множини значень функції (завдання №9).

Найважчим для учнів виявилось завдання на застосування знань про геометричний зміст похідної (завдання №11).

11. На рисунку зображено графік функції  $y = f(x)$  і дотичну до нього в точці з абсцисою  $x_0$ . Знайдіть значення  $f'(x_0)$ .

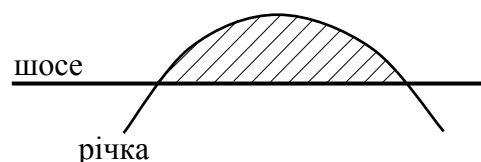


<b>А</b> -2	<b>Б</b> -1	<b>В</b> 0	<b>Г</b> 1	<b>Д</b> 2
-------------	-------------	------------	------------	------------

Лише 30% сильних учнів і 10% слабких правильно розв'язали це завдання, обравши правильну відповідь – **Б**. Учні не змогли пригадати той факт, що  $f'(x_0)$  дорівнює тангенсу кута, що утворює дотична, проведена у точку з абсцисою  $x_0$  із додатним напрямом осі  $x$ . Тому у групі сильних учнів усі інші дистрактори обиралися однаково. У групі слабких учнів найпопулярнішою відповіддю був дистрактор **А**. Його обрали у цій групі 30% учнів, хибно прирівнявши  $f'(x_0)$  і  $x_0$ .

У Частині 2 для учнів виявилось складним завдання, у якому потрібно було обчислити площу фігури за допомогою визначеного інтеграла.

30. Річка тече лугом і двічі перетинає шосе, утворюючи криву  $y = 3x - x^2$ . Яка площа лугу між шосе та річкою,



якщо вважати, що лінія шосе збігається з віссю  $x$  (див. рис.)?

Одиниця довжини – 1 км.

Відповідь: \_\_\_\_\_ км<sup>2</sup>

Лише 13% учнів правильно розв'язали це завдання, а саме: 43% сильних учнів і 2% слабких.

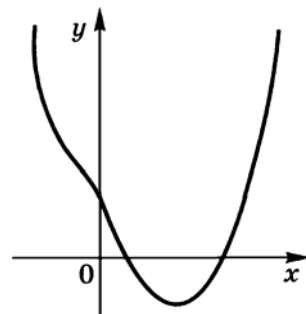
Окремо зупинимось на завданні №32.

32. На рисунку зображено графік функції  $f(x) = x^4 - x^2 + bx + c$ .

Визначте знаки параметрів  $b$  і  $c$ .

У відповіді вкажіть номер правильного варіанта з наведених нижче.

1.  $\begin{cases} b > 0, \\ c > 0. \end{cases}$     2.  $\begin{cases} b > 0, \\ c < 0. \end{cases}$     3.  $\begin{cases} b < 0, \\ c > 0. \end{cases}$     4.  $\begin{cases} b < 0, \\ c < 0. \end{cases}$



Відповідь: \_\_\_\_\_

Це завдання підвищеної складності на застосування похідної для дослідження функції. Аналізуючи графік, легко помітити, що якщо  $x = 0$ , то  $f(x) = c > 0$ . На проміжку, який містить  $x = 0$ , функція є спадною, отже,  $f'(0) = b < 0$ . 31% учнів обрали правильну відповідь – “3”. Але серед цих учнів лише 42% сильних. Роздільна здатність цього завдання низька. Відповіді сильних учнів розподілилися між “3” та “1”, що свідчить про правильне виконання при розв'язуванні цього завдання лише першого кроку – знаходження  $c$ .

Учні успішно упорались із завданням на знаходження найменшого (найбільшого) значення функції на заданому відрізку (завдання №29), а саме: 68% сильних та 5% слабких учнів. Близький до даного результат був показаний учнями й на попередніх сесіях тестувань при розв'язуванні завдань із цієї теми курсу алгебри і початків аналізу.

Стандартне завдання з теми “Арифметична прогресія” учні розв'язали посередньо: 60% сильних учнів і лише 2% слабких.

### Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики

Цей розділ, згідно зі специфікацією до тесту, репрезентовано одним завданням у Частині 1. Правильно його розв'язали 31% учасників тестування: 56% сильних та 12% слабких. Наведемо це тестове завдання.

16. Власник банкоматної картки забув останні дві цифри свого PIN-коду, але пам'ятає, що вони різні. Знайдіть імовірність того, що з першої спроби він отримає доступ до системи.

А $\frac{1}{2}$	Б $\frac{1}{25}$	В $\frac{1}{50}$	Г $\frac{1}{90}$	Д $\frac{1}{100}$
-----------------	------------------	------------------	------------------	-------------------

Запропоноване завдання перевіряло уміння учнів розв'язувати задачі на обчислення імовірності випадкової події. Як свідчить аналіз тестового завдання, однаково



привабливими для слабких учнів виявились усі дистрактори, окрім правильної відповіді – Г. Слід зазначити, що дистрактор А (Імовірність =  $\frac{1}{2}$ ), що є очевидно неправильною відповіддю, обрали близько 8% сильних учнів і 20% слабких.

У порівнянні із попередніми сесіями тестувань, результати розв'язання завдання цього розділу у 2006 році є кращими, але це ще далекий до бажаного результат. Дійсно, лише половина сильних учнів змогла розв'язати таку стандартну задачу з теорії імовірностей. Це свідчить про проблеми у засвоєнні цієї теми, пов'язані перш за все з тим, що цей розділ курсу алгебри і початків аналізу вивчається без належної пропедевтики в основній школі, по-друге, розглядається наприкінці навчального року, а, головне – передбачена програмою кількість навчального часу не дозволяє засвоїти програмовий матеріал навіть на рівні його використання в стандартних умовах.

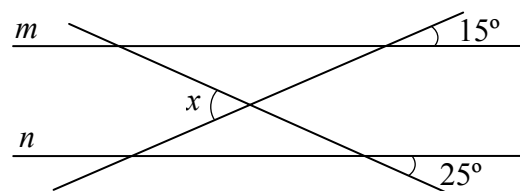
Пропозиції деяких вчителів математики не включати завдання із цього розділу у тестовий зошит з математики сьогодні не є обґрунтованими, зважаючи на програму з математики для загальноосвітніх навчальних закладів та навчальні програми для профільного навчання. Необхідно врахувати й наступність у вивченні ймовірнісної лінії у вищій школі та світові тенденції вивчення цього матеріалу й використання таких завдань на екзаменах. Але, відповідно до реальної ситуації, яка склалася з вивченням теорії імовірностей у школі, зазначимо, що учасник тестування, який не володіє знаннями з цієї теми або не має сформованих навичок застосування знань з цієї теми, втрачає у загальному заліку за розв'язання тесту лише 1 бал. Враховуючи надлишковість тесту, учень має можливість компенсувати цей бал у разі вдалого розв'язання інших завдань тесту. Зауважимо, що за умови високої конкуренції при вступі до ВНЗ вирішальним для деяких учнів може стати саме результат розв'язання завдання з розділу “Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики”. Тому учням варто приділяти більше уваги опрацюванню завдань по цій темі із шкільного підручника з алгебри і початків аналізу.

### 3.2 Геометрія

Згідно зі специфікацією тест містив 8 завдань з геометрії: три з планіметрії і п'ять зі стереометрії (див. табл.2). Зауважимо, що державна підсумкова атестація з геометрії не виставляється за результатами розв'язання цих завдань у тесті з математики. Однак ці результати суттєво впливають на оцінку учня з математики.

Розв'язання завдань з геометрії, представлених у Частині 1, не викликало труднощів у учнів. Відсоток правильних відповідей для цих завдань знаходиться у межах – 24%-63%. Найлегшим виявилось завдання з планіметрії – завдання №17. Індекс складності 63%.

17. Прямі  $m$  і  $n$  паралельні. Обчисліть величину кута  $x$ , зображеного на рисунку.



А 40°	Б 45°	В 50°	Г 80°	Д 140°
-------	-------	-------	-------	--------

Майже 90% у групі сильних учнів та 38% у групі слабких обрали правильну відповідь. Вражає вибір деякими учнями дистрактора Д (140°). На рисунку до завдання чітко видно, що цей кут – гострий, але близько 10% слабких та 3% сильних учнів обирають саме таку відповідь. Зауважимо, що 140° – це величина кута, що доповнює величину шуканого кута до 180°.

Важчими для учнів виявилися завдання зі стереометрії (№19 і №20).

19. Ортогональною проекцією відрізка з кінцями у точках  $A(-1; 0; 5)$  і  $B(-1; 0; 8)$  на координатну площину  $xOy$  є:

А пряма	Б промінь	В відрізок	Г точка	Д фігура, що відрізняється від перелічених
---------	-----------	------------	---------	--

60% у групі сильних учнів та лише 5% у групі слабких обрали правильну відповідь. Зауважимо, що 30% сильних учнів і 32% слабких обрали відповідь В “відрізок”. Популярною відповіддю була також і “пряма”. Цей факт засвідчує, що в учнів сформовані поверхневі знання з теми “Прямокутна система координат у просторі”. Як правило, учителі спрямовують увагу учнів на вивчення та застосування формул координат середини відрізка, довжини відрізка і менше уваги приділяють розв’язуванню завдань, які вимагають від учня не формального сприймання поняття “координати точки у просторі”, а його глибокого розуміння. Саме такі задачі розвивають просторову уяву учнів.

Завдання №20 розв’язали правильно 50% сильних і 18% слабких учнів.

20. Знайдіть об’єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого  $a$ .

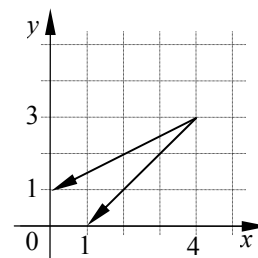
А $4a^3$	Б $\pi a^3$	В $2\pi a^3$	Г $4\pi a^3$	Д $(2 + 2\sqrt{2})\pi a^2$
----------	-------------	--------------	--------------	----------------------------

Дистрактори Б, В, Г відрізнялися лише коефіцієнтом. Але учні, які використали у формулі об’єму утвореного циліндра радіус, що дорівнює довжині ребра куба, одержали неправильну відповідь Б. Таких у групі сильних учнів – 30%, а слабких – 18%.

Відсоток правильних відповідей для завдань Частини 2 знаходиться у межах – 7%–46%. Найскладнішим виявилось завдання на обчислення скалярного добутку векторів, зображених на рисунку.

34. Обчисліть скалярний добуток векторів, зображених на рисунку.

Відповідь: \_\_\_\_\_



Тільки 30% сильних і 1% слабких учнів дали правильну відповідь у цьому завданні. Більшість учнів розгубилися, оскільки для обчислення скалярного добутку векторів необхідні координати цих векторів. Їх треба було визначити, спираючись на координати

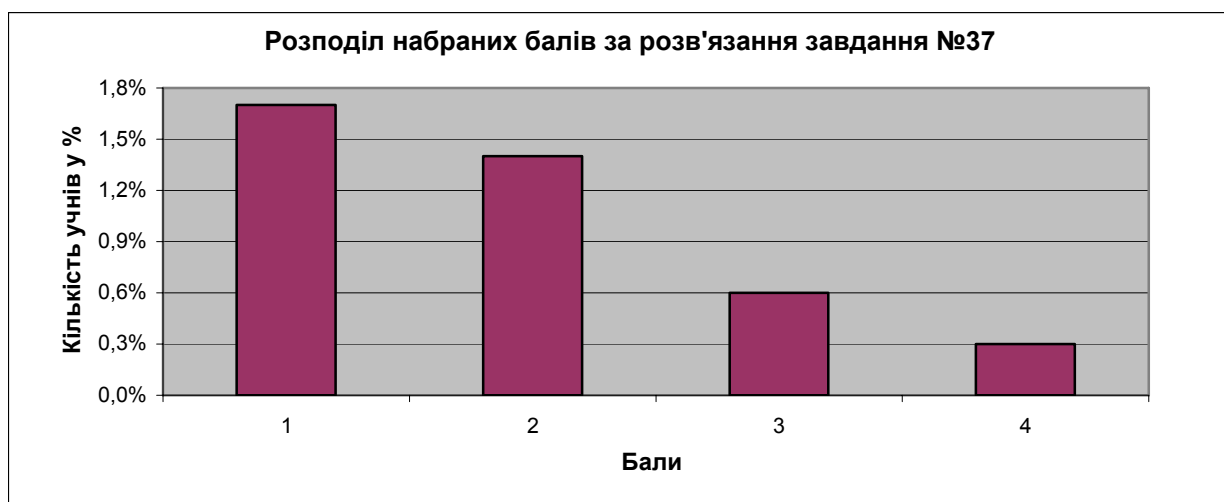
зображених на рисунку точок – початку і кінця вектора. Саме ця проблема завадила багатьом учням одержати правильну відповідь.

70% сильних і 20% слабких учнів правильно розв'язали завдання №35, у якому необхідно було порівняти об'єми тіл обертання. 38% сильних і лише 3% слабких учнів правильно розв'язали завдання №36 – стандартне завдання на обчислення площі бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди.

Зауважимо, що головне призначення відкритих завдань з розгорнутою відповіддю у Частині 3 – виокремити та диференціювати випускників з високим рівнем математичної підготовки, які найбільш успішно засвоїли матеріал, що вивчався, і які є найбільш підготовленими до навчання у ВНЗ, де математика є об'єктом вивчення чи необхідним засобом, апаратом для вивчення інших наук, техніки та ін. З геометрії – це завдання №37.

Ваговий коефіцієнт цього завдання – 0-4 бали. Розподіл балів, набраних учнями за його виконання, наведено на діаграмі 12.

Діаграма12



96% учнів одержали 0 балів за розв'язання цього завдання (або не приступали до розв'язання, або розв'язали його неправильно).

Зазначимо, що учасники тестування, як і у попередні сесії тестувань, показали низький результат розв'язання відкритого завдання з геометрії з розгорнутою відповіддю. Однак слід врахувати, що частина учнів, які не були зацікавлені у результатах ЗО з математики для використання їх при вступі до ВНЗ, взяла участь у ЗО, як державній підсумковій атестації з алгебри і початків аналізу. Ці учні просто не розв'язували (пропускали) завдання №37 у Частині 3 зошита з математики. Отже, недоцільно розповсюджувати одержані результати на всю сукупність учнів.

#### **4. Загальні висновки про рівень знань і вмінь учнів з математики на основі аналізу статистичних даних зовнішнього оцінювання 2006 року**

1. Тест з математики мав високу диференціюючу здатність і досягнув мети: оцінив знання й уміння випускників середніх загальноосвітніх навчальних закладів для

- державної підсумкової атестації з алгебри і початків аналізу та відбору абітурієнтів для вступу до вищих навчальних закладів.
2. Більшість учасників тестування засвоїли програмовий матеріал на середньому та достатньому рівнях навчальних досягнень:
    - з математики відповідно 54% і 28%;
    - з алгебри і початків аналізу відповідно 44% і 29%.Високий рівень навчальних досягнень з математики та алгебри і початків аналізу продемонстрували відповідно 7% і 10%.  
Початковий рівень навчальних досягнень з математики та алгебри і початків аналізу продемонстрували відповідно 11% і 17%.
  3. Учні володіють основними методами розв'язування математичних задач. Більшість учасників тестування вміють виконувати завдання на стандартне застосування програмового матеріалу за відомими алгоритмами та зразками. Разом з тим заміна звичних формулювань умов задач, збільшення кількості логічних операцій під час їх розв'язування, необхідність інтерпретації одержаної відповіді з урахуванням умови задачі призвели до зменшення кількості школярів, які успішно виконали завдання.
  4. Більшість учнів засвоюють теоретичний зміст курсу математики старшої школи формально, що почасти призводить до появи неможливих у межах даної умови задачі відповідей.
  5. Випускники продемонстрували низькі результати розв'язання текстової задачі і задачі на відсоткові розрахунки. Складними для учнів виявилися завдання з розділів “Тригонометрія” та “Елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики”.
  6. Учні виявили недостатньо розвинені навички письмової математичної аргументації, що призвело до втрати балів за розв'язання відкритих завдань з розгорнутою відповіддю. У більшій мірі це стосується завдання з геометрії.